Деревообработка: технологии, оборудование, менеджмент XXI века. 2022. С. 115–120.
Woodworking: technologies, equipment, management of the XXI century. 2022. P. 115–120.

Научная сатья
УДК 674.914:519.654

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ТЕХНОЛОГИЧЕСОЙ СТОЙКОСТИ УПРОЧНЕННЫХ НОЖЕЙ ФРЕЗЕРНО-БРУСУЮЩИХ СТАНКОВ

Игорь Казимирович Клепацкий[1], Вячеслав Валерьевич Раповец[2]
[1, 2] Белорусский государственный технологический университет, Минск, Республика Беларусь
[1, 2] igorklepatski@gmail.com

Аннотация. Необходимость создания модели в соответствии с исследуемым объектом возникает при поиске решении вопросов анализа и синтеза физических процессов с использованием математических методов. Начальная задача – определение типа исследуемого объекта, далее – анализ неизвестных параметров и выбор подходящей математической модели.

Ключевые слова: фрезерно-брусующий станок, нож, упрочнение, стойкость, моделирование

Для цитирования: Клепацкий И. К., Раповец В. В. Применение метода наименьших квадратов для теоретического расчета технологической стойкости упрочненных ножей фрезерно-брусующих станков // Деревообработка: технологии, оборудование, менеджмент XXI века. 2022. С. 115–120.

Original article

APPLICATION OF THE METHOD OF THE SMALL SQUARES FOR THEORETICAL CALCULATION OF THE TECHNOLOGICAL STABILITY OF HARDENED KNIVES OF MILLING AND SHAVING MACHINES

Igor K. Klepatsky[1], Vyacheslav V. Rapovets[2]
[1, 2] Belarusian State University of Technology, Minsk, Republic of Belarus
[1,2] igorklepatski@gmail.com

Abstract. The need to create a model in accordance with the object under study arises when finding a solution to the problems of analysis and synthesis of physical processes using mathematical methods. The initial task is to determine the type of object under study, then – to analyze unknown parameters and select a suitable mathematical model.

Keywords: milling and cutting machine, knife, hardening, resistance, and modeling

For citation: Klepatski I. K., Rapovets V. V. Application of the method of the small squares for theoretical calculation of the technological stability of hardened knives of milling and shaving machines // Woodworking: technologies, equipment, management of the XXI century. 2022. P. 115–120.

Широкое распространение применение метода наименьших квадратов (МНК) при обработке результатов научных экспериментов [2–5] получило благодаря дифференцированным подходом к исходным наборам известных и неизвестных величин и обработке измерений с извлечением информации о точности измерений.

Построение математической модели технических и технологических систем уже давно является универсальным инструментом, который позволяет решать задачи оптимального выбора сырья, материалов, оборудования, проводить многовариантный анализ, отрабатывать технологические режимы, определять оптимальную стратегию ведения технологических процессов. Необходимость решения указанных задач постоянно возрастает. Это складывается из того, что при больших масштабах производства даже незначительная модернизация в любой из этих областей может дать ощутимый экономический эффект. В то же время материальный урон от неоптимального решения задачи может быть значительным [1, 4].

В исследованиях [6] были проведены прямые измерения радиусов округления режущей кромки ножей для агрегатной обработки древесины сосны малоножевым фрезерным инструментом в определенные моменты времени их работы. По результатам измерений получен массив данных для расчета математической модели технологической стойкости режущей кромки по МНК.

Теоретический анализ сущности изучаемого явления, изменение которого отображается временным рядом, служит основой для выбора кривой [5].

Полиномная функция, согласно МНК, будет иметь вид

$$y = \sum_{i=0}^{k} \left(b_i \cdot x^i \right), \tag{1}$$

где b_i – коэффициенты данного полинома, $i = 0, k$,
b_0 – свободные члены;
x – радиус округления режущей кромки ножа, мкм;
y – объем переработанной древесины, м^3.

Схожим образом с линейной регрессией МНК сводит к минимуму следующий ряд S суммы отклонений:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{y}_i - y_i \right) \to \min, \tag{2}$$

где $\hat{y}_i$ – гипотетические значения, являющиеся значениями полинома x^i. Следовательно:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{i=0}^{k} b_i \cdot x^i - y_i \right)^2 \to \min. \tag{3}$$

Выполняя обязательное условие экстремума функции (k + 1) переменных $S = S\ (b_0, b_1, \ldots, b_k)$, приравниваем к нулю ее частные производные

$$S'_{b_p} = 2\sum_{i=1}^{n} x_i^p \left(\sum_{i=0}^{k} b_i \cdot x^i - y_i \right) = 0, \tag{4}$$

$$p = \overline{0,k}. \tag{5}$$

Обе части уравнения поделим на два и представим в развернутом виде сумму второй части уравнения, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^p \left(b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 + \ldots + b_k x_i^k \right) - \sum x_i^p \cdot y_i = 0, \tag{6}$$

$$p = \overline{0,k}. \tag{7}$$

После раскрытия скобок сделаем перенос в каждом р-ом выражении последнего слагаемого вправо и поделим обе части на n. В итоге получилось (k + 1) выражений, образующих систему линейных нормальных уравнений относительно b_p:

$$\begin{cases} b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \ldots + b_k x^k = \overline{y}, \\ b_0 \overline{x} + b_1 \overline{x^2} + b_2 \overline{x^3} + \ldots + b_k \overline{x^{k+1}} = \overline{xy}, \\ b_0 \overline{x^2} + b_1 \overline{x^3} + b_2 \overline{x^4} + \ldots + b_k \overline{x^{k+2}} = \overline{x^2 y}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ b_0 \overline{x^k} + b_1 \overline{x^{k+1}} + b_2 \overline{x^{k+2}} + \ldots + b_k \overline{x^{2k}} = \overline{x^{2k} y}. \end{cases} \tag{8}$$

Перезапишем предыдущее выражение в матричном виде $AB = C$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \overline{x} & \overline{x^2} & \overline{x^3} & \overline{x^k} \\ \overline{x} & \overline{x^2} & \overline{x^3} & \cdots & \overline{x^{k+1}} \\ \overline{x^2} & \overline{x^3} & \overline{x^4} & \cdots & \overline{x^{k+2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{x^k} & \overline{x^{k+1}} & \overline{x^{k+2}} & \cdots & \overline{x^{2k}} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \overline{y} \\ \overline{xy} \\ \overline{x^2 y} \\ \vdots \\ \overline{x^k y} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Для построения аппроксимационной зависимости в среде MS Excel была выбрана точка x (ρ_1) лезвия ножа на расстоянии l = 1 мм от края режущей кромки, в которой измерялся радиус округления режущей кромки ножа [6].

Данные этой точки при потере им режущей способности в зависимости от количества объема переработанной древесины V_i, м^3, собранные по истечении пяти рабочих смен t_i, ч, ($\sum t_i$ = 40 ч) от момента переточки ножа на производстве, представлены в таблице.

Изменения радиуса округления точки на кромке ножа фрезерно-брусующей машины

t_i, ч	0	8	16	24	32	40
V_i, м^3	–	1971	1975	1980	2446	1456
ρ_1, мкм	8	46	75	90	115	160

Сравнительным параметром y выбрана суммарная длина контакта точки ножа с древесиной – путь резания [8–10], пройденный этой точкой ножа $\sum l_к$, м, т. е.

$$\sum l_k = \sqrt{\frac{h_{бр}}{D}} \cdot \sum l_{бр}, \tag{10}$$

где $h_{бр}$ – высота бруса, мм;

D – диаметр резания, мм;

$\sum l_{бр}$ – суммарная длина обработанного материала (бревна), м.

По итогам расчета МНК была получена регрессионная полиомная зависимость

$$y = -0,0093x^3 + 1,8095x^2 + 388,0548x - 2415,5903.$$

Данная зависимость позволяет определить теоретический радиус округления на режущей кромке ножа фрезерно-брусующей машины в определенной точке в зависимости от пройденного им пути резания. Предлагаемый метод благодаря простоте и быстродействию вычислений удобен для расчетов косвенных параметров при проведении натурных экспериментальных исследований.

Список источников

1. A Least Square Method for Measurement and Optimisation in Selected Physical Experiments // I. Frollo, P. Andris, I. Strolka, L. Baciak. Key Engineering Materials. – 2005. – P. 295–296.

2. Várhegyi G., Wang L., Skreiberg Ø. Non-isothermal kinetics: best-fitting empirical models instead of model-free methods. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2020. – Vol. 142. – P. 1043–1054.

3. Колеснев А. С. Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов. Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5–2. – С. 193–195.

4. Time Scale in Least Square Method // Ö. Yeniay, Ö. İşçi, A. Göktaş, M. Çankaya. Available at. – URL: https://www.hindawi.com/journals/aaa/2014/354237/ (accessed 20.01.2020).

5. Мазаник Н. В. Моделирование и оптимизация процессов в деревообработке. Методы построения, анализа и визуализации математических моделей. – Минск : БГТУ, 2014. – 161 с.

6. Клепацкий И. К., Раповец В. В. Динамика потери режущей способности лезвий малоножевых фрез при агрегатной переработке древесины // Труды БГТУ. Сер. : Лесная и деревообрабатывающая промышленность. – 2019. – № 2. – С. 298–303.

References

1. A Least Square Method for Measurement and Optimisation in Selected Physical Experiments // I. Frollo, P. Andris, I. Strolka, L. Baciak. Key Engineering Materials. – 2005. – P. 295–296.

2. Várhegyi G., Wang L., Skreiberg Ø. Non-isothermal kinetics: best-fitting empirical models instead of model-free methods. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. – 2020. – Vol. 142. – P. 1043–1054.

3. Kolesnev A. S. Smoothing of experimental dependencies by the least squares method. Modern high-tech technologies. – 2014. – № 5–2. – P. 193–195.

4. Time Scale in Least Square Method // Ö. Yeniay, Ö. İşçi, A. Göktaş, M. Çankaya. Available at. – URL: https://www.hindawi.com/journals/aaa/2014/354237/ (accessed 20.01.2020).

5. Mazanik N. V. Modeling and optimization of processes in woodworking. Methods of construction, analysis and visualization of mathematical models. – Minsk : BSTU, 2014. – 161 p.

6. Klepatskiy I. K., Rapovets V. V. Dynamics of loss of cutting ability of blades of small-legged cutters during aggregate processing of wood // Trudy BSTU. Ser. : Forestry and woodworking industry. – 2019. – № 2. – P. 298–303.